

(9)

समय तथा कार्य (TIME & WORK)

व्याख्यान समझ

- (i) यदि A किसी कार्य को 15 दिन में करे तो A का 1 दिन का कार्य उसका 15वाँ भाग $= \frac{1}{15}$
- (ii) यदि A का 1 दिन का कार्य $\frac{1}{8}$ हो, तो A पूरे कार्य को 8 दिन में समाप्त करेगा.
- (iii) यदि A की कार्य क्षमता B से दुगुनी हो, तो इनकी कार्य क्षमता का अनुपात 2:1 है तथा इनके द्वारा किसी काम को पूरा करने में लगे समय का अनुपात 1:2 है।

Q. A अकेला किसी कार्य को 6 दिन में समाप्त कर सकता है तथा B अकेला इस कार्य को 12 दिन में समाप्त कर सकता है। A तथा B दोनों मिलकर इस कार्य को कितने दिन में समाप्त कर सकेंगे ?

हल- A एक कार्य को 6 दिन में करता है, इसलिये 1 दिन का कार्य $= \frac{1}{6}$
तथा B का एक दिन का कार्य $\frac{1}{12}$ होगा.

$$\text{दोनों मिलकर एक दिन में कार्य करेंगे} = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{2+1}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

अतः A तथा B दोनों मिलकर इस कार्य को 4 दिन में समाप्त कर देंगे।

Q. एक दिन का कार्य,

हल

$$A = \frac{1}{12} \quad \therefore B = (A+B) - A = \frac{1}{8} - \frac{1}{12} = \frac{3-2}{24} = \frac{1}{24}$$

$$A+B = \frac{1}{8}$$

अतः B इस कार्य को 24 दिन में समाप्त करेगा।

Q. A एक कार्य को 12 दिन में समाप्त कर सकता है A तथा B मिलकर इसे 8 दिन में समाप्त कर सकते हैं B अकेला इस कार्य को कितने दिन में समाप्त कर सकता है ?

10 पाइप तथा टंकी के प्रश्न
(Pipes and Cisterns)

सामान्य नियम

- (i) यदि एक पाइप किसी टंकी को x घंटे में भरे, तो पाइप का 1 घंटे का भराव कार्य $= \frac{1}{x}$
- (ii) यदि एक निकासी पाइप किसी भरी टंकी को y घंटे में खाली करे, तो पाइप का 1 घंटे का निकासी कार्य $= \frac{1}{y}$
- (iii) यदि एक पाइप खाली टंकी को x घंटे में भरे तथा एक निकासी पाइप भरी टंकी को y घंटे में खाली करे, तो दोनों पाइपों का एक घंटे का भराव कार्य $= (\frac{1}{x} - \frac{1}{y})$ जबकि $x < y$
दोनों पाइपों का 1 घंटे का निकासी कार्य $= (\frac{1}{y} - \frac{1}{x})$, जबकि $x > y$

Ex. दो नल A तथा B एक टंकी को क्रमशः 12 घंटे तथा 15 घंटे में भर सकते हैं। यदि दोनों नल एक साथ खोल दिए जायें, तो खाली टंकी को भरने में कितना समय लगेगा?

हल - एक घंटे का कार्य
 $A = \frac{1}{12}, B = \frac{1}{15}$
 $A + B = \frac{1}{12} + \frac{1}{15} = \frac{9}{60} = \frac{3}{20}$

दोनों नलों द्वारा टंकी को भरने में लगा समय $= \frac{20}{3}$ घंटे $= 6$ घंटे 40 मिनट
 $(\frac{20}{3} = 6.66$ यहाँ 66% का अर्थ है 60 का 66% यानि 40 मिनट)

Ex. एक नल एक टंकी को 16 घंटे में भरता है। परंतु टंकी की तली में छेद होने के कारण टंकी 24 घंटे में भरी जाती है। यदि टंकी पूरी भरी हो, तो छेद के कारण कितनी देर में खाली हो जायेगी?

हल: 1 घंटे का कार्य
 नल द्वारा $= \frac{1}{16}$
 नल + छेद $= \frac{1}{24}$
 छेद द्वारा वेक $= \frac{1}{24} - \frac{1}{16} = \frac{1}{48}$

छेद अकेला टंकी को 48 घंटे में खाली कर सकता है।

11) मिश्रण (Alligation & Mixtures)

एक इकाई सस्ती वस्तु का क्रय मूल्य (C)

एक इकाई महंगी वस्तु का क्रय-मूल्य (d)

औसत मूल्य (m)

(d-m)

(m-c)

(सस्ती वस्तु की मात्रा) : (महंगी वस्तु की मात्रा) = (d-m) : (m-c)

Q. शर्करा 2002 का प्रश्न - पानी के साथ सिद्ध को किस अनुपात में मिलाया जाये कि मिश्रण की लागत मूल्य पर बेचने से $16\frac{2}{3}\%$ लाभ हो ?

- a. 1:4 b. 1:5 c. 1:6 d. 1:3

हल → माना सिद्ध का मूल्य प्रति किग्रा = 100
 अब, 1 kg मिश्रण का मूल्य = 100; लाभ अर्जित = $\frac{50}{3}\%$

$$\left(16\frac{2}{3} = \frac{16 \times 3 + 2}{3} = \frac{50}{3}\right)$$

मान 1 kg मिश्रण का मूल्य = x तब

1 kg मिश्रण का मूल्य = $\frac{600}{7}$

1 kg पानी का मूल्य = 0

1 kg सिद्ध का मूल्य = 100 (₹.₹)

औसत मूल्य = $\frac{600}{7}$

$\frac{100}{7}$

$\frac{600}{7}$

वि.सू. = $\frac{100 + \text{लाभ}}{100}$

$100 = n \left(\frac{100 + \frac{50}{3}}{100} \right)$

$100 = n \left(\frac{350}{300} \right)$

$n = \frac{100 \times 300}{350} = \frac{300}{3.5} = \frac{600}{7}$

$\frac{\frac{600}{7} + 100}{7} = \frac{600 + 700}{7} = \frac{1300}{7}$

अभीष्ट अनुपात = $\frac{250}{3} : \frac{50}{3} = 250 : 50 = 5 : 1$

उत्तर (b)

⑫ धारा तथा नाव (Boats and Streams)

सामान्य नियम

माना शान्त जल में नाव का वेग = a किमी०/घण्टा तथा धारा का वेग = b किमी०/घण्टा

1. (i) धारा की दिशा में नाव का वेग (अनुप्रवाह) = $(a+b)$ किमी०/घण्टा

(ii) धारा की विपरीत दिशा में नाव का वेग (उद्गमप्रवाह) = $(a-b)$ किमी०/घण्टा

2. यदि धारा की दिशा में नाव का वेग = x किमी०/घण्टा

तथा धारा की विपरीत दिशा में नाव का वेग = y किमी०/घण्टा

तब, शान्त जल में नाव का वेग = $\frac{1}{2}(x+y)$ किमी०/घण्टा

धारा का वेग = $\frac{1}{2}(x-y)$ किमी०/घण्टा.

Q. एक नाव की धारा की दिशा में 30 किमी० दूरी 2 घण्टे 30 मिनट में तय करती है तथा धारा के विपरीत इतनी दूरी तय करने में इसे 3 घण्टे 45 मिनट लगते हैं। धारा का वेग ज्ञात कीजिए।

हल - धारा की दिशा में नाव का वेग = $\frac{30}{(5/2)}$ किमी./घंटा = 12 km/h

धारा के विपरीत नाव का वेग = $\frac{30}{(15/4)}$ km/h = $\frac{30 \times 4}{15}$ km/h = 8

धारा का वेग = $\frac{1}{2}(12-8)$ km/h = 2 km/h

Q. एक नाविक का शान्त जल में वेग 6 km/h है तथा धारा का वेग 2 km/h है। नदी में नाविक को स्थान B तक जाने तथा वापिस A तक आने में कुल 4 घंटे 30 मिनट लगते हैं। दूरी AB ज्ञात कीजिए।

हल - धारा की दिशा में वेग = $(6+2)$ km/h = 8 km/h

धारा के विपरीत वेग = $(6-2)$ km/h = 4 km/h

माना दूरी AB = x km तब

$$\frac{x}{8} + \frac{x}{4} = \frac{9}{2} \Rightarrow x + 2x = 36 \Rightarrow x = 12$$

विरलेषण

अर्थात् 4.30 घंटे को ही $\frac{9}{2}$ मिला गया है।

जिसका अर्थ है 4 घंटे का धारा।

चूंकि 30 मिनट ही पूरे घंटे का अर्ध होता है।

अभीष्ट दूरी = 12 किमी०

वेग = $\frac{\text{दूरी}}{\text{समय}}$

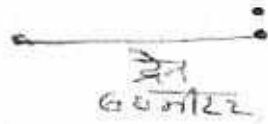
कुल दूरी = $\left(\frac{x}{8} + \frac{x}{4}\right) = \frac{9}{2}$

वेग \times समय
 $\frac{\text{km}}{\text{hr}} \times \text{hr} = \text{km}$

13) रेल से सम्बन्धित प्रश्न

Q. 72 किमी./घंटा की चाल से जा रही 60 मीटर लम्बी रेलगाड़ी एक विजली के खम्भे को कितनी देर में पार करेगी?

हल-



गति = 72 km/h

$$= \left(\frac{72 \times 5}{18} \right) \text{ m/s} = 20$$

एक सेकंड में 20 मीटर

∴ 3 सेकंड में 60 मीटर उत्तर

Q. 350 मीटर लम्बी रेलगाड़ी 54 किमी./घंटा की चाल से 250 मीटर लम्बी गुफा को कितनी देर में पार करेगी?

हल- गाड़ी की चाल = $\left(54 \times \frac{5}{18} \right)$ मीटर/सें = 15 मीटर/सें

गुफा को पार करने में लगा समय = $\frac{(350 + 250) \text{ मीटर दूरी तय करने में लगा समय}}{15}$

$$= \frac{600}{15} \text{ सें} = 40 \text{ सें}$$

Q. 62 किमी./घंटा की चाल से जा रही 120 मीटर लम्बी रेलगाड़ी उसी दिशा में 8 किमी./घंटा की चाल से भागे जा रहे व्यक्ति को कितनी देर में पार करेगी?

हल- रेलगाड़ी की व्यक्ति के सापेक्ष चाल = $(62 - 8)$ किमी./घंटा

$$= \left(54 \times \frac{5}{18} \right) \text{ मी/सें} = 15 \text{ मीटर/सेकण्ड}$$

रेलगाड़ी से द्वारा व्यक्ति को पार करने में लगा समय

$$= \frac{200 \text{ मी/सें की चाल से } 200 \text{ मीटर दूरी तय करने में लगा समय}}{20}$$

$$= \frac{200}{20} \text{ सें} = 10 \text{ सेकण्ड}$$

$$\frac{\text{km/घंटा से मिटर}}{\text{मिटर से/सें}} = \frac{5}{18} \times x \text{ (मीटर/सें)}, \text{ मीटर/सें} = \left(x \times \frac{18}{5} \right) \text{ km/h}$$

किमी/घंटा

(14) समय तथा दूरी (Time and Distance)

अवश्यक तथ्य एवं सूत्र

- (i) चाल = $\frac{\text{दूरी}}{\text{समय}}$ (ii) x किमी./घण्टा = $(x \times \frac{5}{18})$ मीटर/सेकण्ड
- (iii) y मीटर/सेकण्ड = $(y = \frac{18}{5})$ किमी./घण्टा
- (iv) यदि A तथा B की चालों का अनुपात $a:b$ हो, तो एक ही दूरी तय करने में इनके द्वारा लिये गये समय का अनुपात = $b:a$
- (v) माना कोई व्यक्ति एक निश्चित दूरी x किमी./घण्टा की चाल से तथा इतनी ही दूरी y किमी./घण्टा की चाल से तय करता है, तब

Q. मैं अपने घर से कॉलेज के लिए एक निश्चित समय पर चलता हूँ। यदि मैं 5 किमी. प्रति घण्टा की चाल से चलूँ तो मुझे 7 मिनट की देरी हो जाती है। परन्तु, यदि मैं 6 किमी. प्रति घण्टा की चाल से चलूँ तो ठीक समय से 5 मिनट पहले पहुँचता हूँ। मेरे घर से कॉलेज की दूरी कितनी है?

हल - माना मेरे घर से कॉलेज की दूरी = x किमी.
दोनों चालों से लगे समय में अन्तर = 12 मिनट

$$\therefore \frac{x}{5} - \frac{x}{6} = \frac{12}{60} \Rightarrow \frac{x}{5} - \frac{x}{6} = \frac{1}{5} \Rightarrow 6x - 5x = 6$$

$$x = 6$$

अतः अभीष्ट दूरी = 6 किमी.

Q. दो साइकिल सवार बराबर दूरी त्रमशाः 15 किमी. प्रति घण्टा तथा 16 किमी. प्रति घण्टा की चाल से तय करते हैं। यह दूरी तय करने में एक सवार को दूसरे सवार से 16 मिनट अधिक लगते हैं। यह दूरी कितनी है?

हल - माना अभीष्ट दूरी = x किमी. तब

$$\frac{x}{15} - \frac{x}{16} = \frac{16}{60} \Rightarrow (16x - 15x) = 64 \Rightarrow x = 64$$

अतः अभीष्ट दूरी = 64 किमी.

Q. एक व्यक्ति को अपनी यात्रा में 7 घंटे 20 मिनट लगते हैं, यदि वह एक तिहाई यात्रा 60 किमी. प्रति घंटा की गति से तय करे, तथा शेष यात्रा 45 किमी. प्रति घंटा की गति से तय करे तो उसने कुल कितनी दूरी तय की ?

हल: माना कुल यात्रा = x किमी. तब,

यात्रा का पहला भाग = $\frac{x}{3}$ किमी., यात्रा का दूसरा भाग = $\frac{2x}{3}$ किमी.

$$\therefore \frac{(x/3)}{60} + \frac{(2x/3)}{45} = \frac{22}{3} \Rightarrow \frac{x}{180} + \frac{2x}{135} = \frac{22}{3}$$

$$\Rightarrow (3x + 8x) = (180 \times 22) \Rightarrow 11x = 180 \times 22$$

$$\Rightarrow x = \frac{180 \times 22}{11} = 360, \text{ अतः कुल यात्रा} = \underline{360 \text{ किमी.}}$$

Q. एक खिसपाही को अपने से 100 मीटर आगे एक चोर दिखाई दिया। जैसे ही खिसपाही ने उसका पीछा करना आरंभ किया, चोर ने भागना आरंभ कर दिया। यदि चोर की गति 8 किमी. प्रति घंटा हो तथा खिसपाही की गति 10 किमी. प्रति घंटा हो, तो कितने मीटर भागने के बाद चोर पकड़ा जायेगा ?

हल - खिसपाही की चोर के सापेक्ष गति = $(10 - 8)$ किमी. प्रति घंटा = 2
100 मी. दूरी को सापेक्ष गति से तय करने में लगा समय

$$= \left(\frac{1}{2000} \times 100 \right) \text{ घंटा} = \frac{1}{20} \text{ घंटा}$$

(चोर 2 किमी प्रति घंटा अर्थात् 2000 मीटर प्रति घंटा, यानि एक घंटे में 2000 मी. और इससे 100 मी. के लिए लगा समय = $\frac{1}{2000} \times 100 = \frac{1}{20}$ घंटा)

$$\frac{1}{20} \text{ घंटे में चोर द्वारा तय दूरी} = \left(8 \times \frac{1}{20} \right) \text{ किमी.} = \left(\frac{2}{5} \times 1000 \right) \text{ मीटर}$$

$$= \underline{400 \text{ मीटर (उत्तर)}}$$