

(4)

वर्गमूल वर्गमूल तथा धनमूल

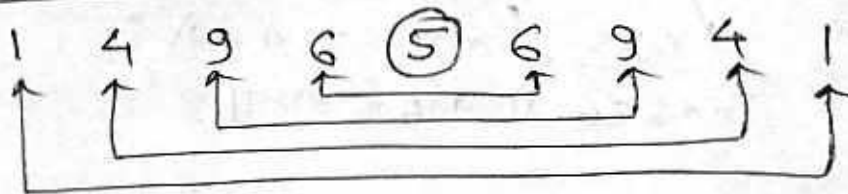
वर्गमूल का अर्थ है, कि कोई संख्या मूलतः किस संख्या के वर्ग (उस संख्या में उसी का गुणा करने पर प्राप्त गुणफल) के परिणाम स्वरूप बनी है। जैसे - 4, संख्या 2 के वर्ग  $(2 \times 2)$  के गुणफल के बाद प्राप्त हुआ है, इसलिये 4 का वर्गमूल 2 है।

वर्गमूल निकालने की सरल वैदिक विधि

सभी संख्याएँ 0 और 1 से 9 तक की संख्याओं से ही मिलकर बनी होती हैं। इन्हें देखें -

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
वर्ग	$1^2$	$2^2$	$3^2$	$4^2$	$5^2$	$6^2$	$7^2$	$8^2$	$9^2$

1 4 9 16 25 36 49 64 81

इनके इकाई के अंक

यहाँ हम देखेंगे सभी संख्याओं के वर्ग की इकाई में केवल 1, 4, 9, 6 व 5 ही आते हैं। 2, 3, 7, व 8 नहीं आते। इससे यह स्पष्ट निष्कर्ष प्राप्त होता है कि जिन संख्याओं के अंत में 2, 3, 7 व 8 हों उनका वर्गमूल संभव नहीं है। और जिन संख्याओं के अंत में 1, 4, 9, 6 व 5 आते हैं उनके मूल में 1 के लिए 1 या 9, 4 के लिए 2 या 8, 9 के लिए 3 या 7, 6 के लिए 4 या 6 और 5 के लिए 5 ही हो सकता है, और कोई भी नहीं। इस प्रकार, यह वैज्ञानिक निष्कर्ष वर्गमूल निकालने की प्रक्रिया को सरल, सुलभ और स्पष्टता उदान करते हैं।

अब हम उदाहरण देखते हैं। उदा० 225 इसका वर्गमूल निकालने में हमें इसकी सर्वप्रथम इकाई की ओर से जोड़ियाँ बनानी होंगी (दो संख्याओं की, यदि अंत में 1 वर्ग तो वह अकेली रहेगी।)

$\overline{225}$  यहाँ अंत में 5 है इसलिए एक अंक दाई ओर 5 आयेगा। हमने देखा था कि 5 का मूल केवल 5 आता है। और बाई ओर 2 है, यहाँ ऐसी संख्या लेनी है जिसका वर्ग 2 या 2 यहाँ स्थित संख्या के निकटतम हो। यहाँ 1 आयेगा क्योंकि 2 लेने पर वर्ग 4 आयेगा जो 2 से बड़ा ही जावेगा। इस प्रकार यहाँ 15 एक वे 5 यानि 15 आयेगा।  $15^2 = 225$  होता है।

इसरा उदा०  $\overline{4356}$

↓   ↓

6   6 या 4

$$\begin{array}{r}
 66 \\
 \times 66 \\
 \hline
 36 \\
 72 \\
 \hline
 4356 \\
 \hline
 73
 \end{array}$$

$6 \times 6 = 36$   
 $6 \times 6 + 6 \times 6 = 72$   
 $6 \times 6 = 36$

अब, यहाँ दो संख्याएँ बनेगी  
 66 एवं 64

अब हम इनके बीच की संख्या 65 का वर्ग करते हैं।

संख्या  $\begin{array}{r} 65 \\ \times 65 \\ \hline 4225 \end{array}$ , संख्या  $\begin{array}{r} 5 \times 5 = 25 \\ (6+5) \times 6 = 42 \\ \hline 4356 \end{array}$  से छोटी है,  
 अतः 66 ही वर्गमूल होगा।

Ex: यदि संख्या 4 अंकों से  $\geq$  बड़ी हो तो उसे दो या अधिक भागों में विभाजित कर लें।

उदा०  $\overline{137641}$

$$137641 = 371 \times 371 = 7 \times 7 \times 2809 = 49 \times 2809$$

अब 2809 का वर्गमूल निकाल लें।  $\rightarrow$  यहाँ यह ध्यान

रखें कि इतक अलग होने वाली संख्या का वर्गमूल सरलता से निकले, वही संख्या लें।

$$\begin{array}{r}
 \overline{2809} \\
 5 \rightarrow 3 \\
 \rightarrow 7 \\
 \downarrow \\
 53 \text{ या } 57
 \end{array}$$

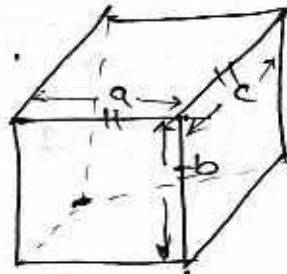
$$\begin{array}{r}
 \overline{2809} \\
 \cancel{5} \rightarrow 3 \\
 \rightarrow 7 \\
 \hline
 51 \text{ या } 59
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 55 \\
 \times 55 \\
 \hline
 3025
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 51 \\
 \times 51 \\
 \hline
 2601
 \end{array}$$

53 आयेगा

अतः  $53 \times 7 = 371$  सही उत्तर होगा।

## घनमूल (Cubic Root)

यहाँ घन से तात्पर्य है जिसके तीनों आयाम बराबर या समान लंबाई के हों, लम्बाई, चौड़ाई व ऊँचाई उसे ही घन कहते हैं। यहाँ घन से तात्पर्य घात का 3 होना भी है। और घनमूल का मतलब वह कौन सी संख्या है जिसका तीन बार स्वयं के साथ गुणा होने पर कोई संख्या आती है।



यह एक घन होगा  
यदि इसकी  $a, b, c$  तीनों आयाम  
समान होंगे।

## घनमूल का मूल सिद्धांत और उसका विश्लेषण

दाशमिक प्रणाली जिसे आजकल प्रयुक्त किया जाता है — (उसके 9 अंक :-)

1	2	3	4	5	6	7	8	9
$1^3$	$2^3$	$3^3$	$4^3$	$5^3$	$6^3$	$7^3$	$8^3$	$9^3$
1	8	27	64	125	216	343	512	729

इकाई के अंक

① 8 7 ④ ⑤ ⑥ 3 2 ⑨

इसमें 1 से लेकर 9 तक सभी अंक हैं, किंतु एक अत्यंत महत्वपूर्ण निष्कर्ष यह प्राप्त होता है कि ये सब संख्या 10 के अनुबन्ध एक दूसरे के पूरक हैं। देखिये, 1, 4, 5, 6 व 9 में 1 स्वयं आते हैं किंतु, 8 के साथ 2 हैं, 7 का 3, 3 का 7, व 2 का 8 हैं अर्थात् इससे यह निष्कर्ष निकाला जा सकता है कि किसी संख्या के अंत में यदि कोई अंक हो, तो उसके घनमूल का इकाई का अंक क्या होगा यदि उसका घनमूल संभव हो। वर्गमूल में दायें से बायें 2-2 अंकों के युग्म बनाये जाते हैं, किंतु घनमूल में 3-3 अंकों के। यदि संख्या 6 अंकों से बड़ी हो तो उसे तोड़कर अलग-अलग घनमूल निकाला जाना चाहिये।

उदाहरण के लिए,  $\overline{015625}$   
 $\downarrow \quad \downarrow$   
 $2 \quad 5$

$3^3 = 27$  अतः  $2^3 = 8$   
 $2$  ही अभीष्ट संख्या है।

$$25^3 = 15625$$

25
<u>25</u>
625
<u>025</u>
15625

$5 \times 5$

$6 \times 0 = 0$	$12 + 0 = 12$	$30 + 0 = 30$ $+ 5 = 35$	$15 + 0 = 15$ $+ 10 = 25$	25
1	3	2	5	

प्रश्न :  $\overline{328509}$   
 $\downarrow \quad \downarrow$   
उत्तर :  $67 \quad 9$

अतः अनुमानित संख्या 69 है।

अंश  $7 \times 7 \times 7 = 49 \times 7 = 343$   
 अतः  $8^3 = 64 \times 8 = 512$   
 $6^3 = 36 \times 6 = 216$

$$69^3 = 69 \times 69 \times 69 = \cancel{328509} = 328509 \text{ उत्तर}$$

प्रश्न  $\overline{13824}$  का घनमूल ज्ञात करें।  
 $\downarrow \quad \downarrow$  (4 का 4 ही घनमूल आता है, इसी के रूप में)  
 $2 \quad 4$   
 $24^3 = 13824$  ही अभीष्ट उत्तर है।

प्रश्न  $\overline{2197}$   
 $\downarrow$  उत्तर 13  
 $1 \quad 3$   
 $13^3 = 2197$

निष्कर्ष - इस वैज्ञानिक सिद्धांत का प्रशिक्षण अभ्यास करके अवश्य ही सीख लें। यह दशमलव आदि में भी प्रयुक्त होती है।