

⑥ अनुपात तथा समानुपात

(RATIO AND PROPORTION)

✓ अनुपात का अर्थ है हिस्सा। जैसे $\frac{3}{6}$ का अर्थ है 6 भाग में से 3 भाग या हिस्सा। $\frac{a}{b}$ को a तथा b का अनुपात कहते हैं तथा इसे लिखते हैं, $a:b$ ।

✓ सम अनुपात या समानुपात - दो अनुपातों की बराबरी को कहते हैं।

जैसे: $2:5 = 6:15$ को लिखेंगे $2:5 :: 6:15$

✓ तृतीय अनुपाती a, b तथा x $\rightarrow a:b :: b:x \Rightarrow x = \frac{b^2}{a}$

✓ किसी राशि को बाँटने पर

किसी राशि M को $a:b$ में बाँटने पर:

$$\text{पहला भाग} = \left\{ M \times \frac{a}{a+b} \right\}, \text{दूसरा भाग} = \left\{ M \times \frac{b}{a+b} \right\}.$$

किसी राशि M को $a:b:c$ में बाँटने पर:

$$\text{प्रथम भाग} = \left\{ M \times \frac{a}{a+b+c} \right\}, \text{दूसरा भाग} = \left\{ M \times \frac{b}{a+b+c} \right\}$$

$$\text{तथा तीसरा भाग} = \left\{ M \times \frac{c}{a+b+c} \right\}.$$

उदा० के लिये 10 को $2:3$ में बाँटा हो तो

$$\text{प्रथम भाग} = \left\{ 10 \times \frac{2}{2+3} \right\} = 10 \times \frac{2}{5} = 4$$

$$\text{दूसरा भाग} = \left\{ 10 \times \frac{3}{5} \right\} = 6$$

$$4+6=10$$

अब, तीन भाग, 25 को $2:3:5$ में विभक्त करें।

$$\text{प्रथम भाग} = 25 \times \frac{2}{2+3+5} = 25 \times \frac{2}{10} = 5$$

$$\text{दूसरा भाग} = 25 \times \frac{3}{10} = \frac{15}{2} = 7.5$$

$$\text{तीसरा भाग} = 25 \times \frac{5}{10} = 12.5$$

$$5+7.5+12.5=25$$

Q. यदि $a:b = 3:4$ तथा $b:c = 8:9$ हो तो $a:c = ?$

a. 1:2 b. 3:2 c. 1:3 d. 2:3

$$\text{हल: } \frac{a}{c} = \frac{a}{b} \times \frac{b}{c} = \frac{3}{4} \times \frac{8}{9} \Rightarrow 2:3 \quad \text{d}$$

Q. यदि A का 60% = B का $\frac{3}{4}$ हो, तो $A:B = ?$ (SSC 2010)

a. 9:20 b. 20:9 c. 4:5 d. 5:4

$$\text{हल: } A \times \frac{60}{100} = B \times \frac{3}{4}, \Rightarrow A \times \frac{3}{5} = B \times \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{A}{B} = \frac{3}{4} \times \frac{5}{3} = \frac{5}{4} \quad \text{d}$$

Q. यदि A का 30% = B का 0.25 = C का $\frac{1}{5}$ हो, तो $A:B:C = ?$

a. ~~12:15~~ a. 10:12:15 b. 10:15:12 c. 12:15:10 d. 15:12:10

$$\text{हल: } A \times \frac{30}{100} = B \times \frac{25}{100} = C \times \frac{1}{5} = K \text{ (मान लो)}$$

$$\Rightarrow A \times \frac{3}{10} = B \times \frac{1}{4} = C \times \frac{1}{5} = K \Rightarrow A = \frac{10}{3}K, B = 4K \text{ तथा } C = 5K$$

$$\Rightarrow A:B:C = \frac{10}{3}K : 4K : 5K \Rightarrow 10K : 12K : 15K$$

$$= 10:12:15 \quad \text{उत्तर (a)}$$

$$A:B:C = \frac{10}{3} \times 3K : 4 \times 3K : 5 \times 3K$$

$$= 10K : 12K : 15K$$

उत्तर

$$A \times \frac{3}{10} = K$$

$$A \times \frac{3}{10} = K$$

$$A = K \times \frac{10}{3} = \frac{10}{3}K$$

Q. यदि 7 औरतें 7 झाड़ुओं से 7 मंजिलों को 7 घंटे में साफ करें, तो 3 औरतें 3 झाड़ुओं से 3 मंजिलों को साफ करने में कितने घंटे लेंगी? a. $\frac{7}{3}$ घंटे b. 3 घंटे c. 7 घंटे d. $16\frac{1}{3}$ घंटे

हल -

कम औरतें, अधिक घंटे (विलोम अनुपात)
कम झाड़ू, अधिक घंटे (विलोम अनुपात)
कम मंजिल, कम घंटे (सीधा अनुपात)

औरतें	घंटे
झाड़ू	मंजिल

औरतें 3:7
झाड़ू 3:7
मंजिलें 7:3

$\therefore 7:n$

$$n = \frac{7 \times 7 \times 3 \times 7}{3 \times 3 \times 7} = \frac{49}{3}$$

$$\therefore (3 \times 3 \times 7 \times n) = 7 \times 7 \times 3 \times 7 \Rightarrow$$

$$= 16\frac{1}{3} \text{ घंटे } \underline{\text{उत्तर (d)}}$$

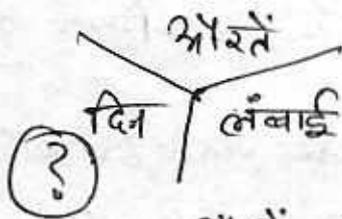
Q. 7 आदमी अथवा 10 औरतें एक 100 मीटर लम्बी दीवार को 10 दिन में बना लेते हैं, 14 आदमी तथा 20 औरतें ऐसे 600 मीटर लम्बी दीवार को कितने दिन में बनायेंगे? (SSC, 2003)

a. 15 b. 20 c. 25 d. 30

हल:

(7 आदमी = 10 औरतें) \Rightarrow (14 आदमी = 20 औरतें)

\Rightarrow (14 आदमी + 20 औरतें) = 40 औरतें



अधिक औरतें, कम दिन (विलोम)

अधिक लंबाई, अधिक दिन (सीधा)

औरतें 40:10
लंबाई 100:600

$\therefore 10:n$

$$\therefore 40 \times 100 \times n = 10 \times 600 \times 10 \Rightarrow n = \frac{10 \times 600 \times 10}{40 \times 100} = 15$$

उत्तर (a) 15

- Q. 12 पुरुष एक कार्य को 24 दिन में पूरा करते हैं. 8 पुरुष इस कार्य को कितने दिन में पूरा कर सकेंगे? (Bank P.O. 2010)
- a. 28 दिन b. 36 दिन c. 48 दिन d. 52 दिन e. इनमें से कोई नहीं

हल: कम व्यक्ति अधिक दिन (विलोम अनुपात)

$$\frac{8}{12} = \frac{24}{x} \Rightarrow x = \frac{24 \times 12}{8} = 36 \text{ दिन. उत्तर (b)}$$

- Q. एक कैरीन में एक सप्ताह के लिए 238 किग्रा चावल की आवश्यकता है, तो 49 दिनों के लिए कितना चावल चाहिए?

- a. 1715 kg b. 1764 kg c. 1568 kg d. 1617 kg e. इनमें से कोई नहीं

हल: अधिक दिन, अधिक चावल. (सीधा अनुपात)

$$\frac{7}{49} = \frac{238}{x} \Rightarrow x = \frac{238 \times 49}{7} = 1666 \text{ उत्तर (e)}$$

- Q. 10 नल गिनमें से एक ही दर से पानी प्रवाहित होता है, एक टंकी को 24 मिनट में भर सकते हैं। यदि 2 नल खराब हो जायें, तो शेष नल इस टंकी को भरने में कितना समय लेंगे?

- a. 26 मिनट b. 28 मिनट c. 29 मिनट d. 30 मिनट

हल: कम नल, अधिक समय (विलोम अनुपात)

$$\frac{10}{8} = \frac{x}{24} \Rightarrow x = \frac{10 \times 24}{8} = 30 \text{ मिनट उत्तर (d)}$$

- Q. 7 आदमी किसी कार्य को 12 दिन में पूरा कर सकते हैं. उससे दुगुने कार्य को 8 दिन में पूरा करने के लिए कितने अतिरिक्त आदमियों की आवश्यकता होगी?

- a. 28 b. 21 c. 14 d. 7

हल: कम दिन, अधिक आदमी (विलोमानुपात), अधिक कार्य, अधिक आदमी (सीधा अनुपात)

$$\left. \begin{array}{l} \text{दिन } 8:12 \\ \text{कार्य } x:2y \end{array} \right\} :: 7:x$$

$$\therefore (8 \times y \times x) = (12 \times 2y \times 7) \Rightarrow x = \frac{(12 \times 2y \times 7)}{(8 \times y)} \Rightarrow x = 21$$

अतिरिक्त आदमियों की संख्या = (21-7) = 14 उत्तर (c) 14